

---

# RADIASI LUBANG HITAM SIMETRI BOLA DE RHAM-GABADADZE-TOLLEY BERDIMENSI TINGGI

Yuant Tiandho

Jurusan Fisika, Universitas Bangka Belitung  
Jl. Kampus Peradaban, Merawang, Kep. Bangka Belitung, Indonesia

E-mail: yuant@ubb.ac.id

## ABSTRAK

Di dalam artikel ini dilakukan analisis radiasi pada lubang hitam simetri bola berdimensi lebih dari tiga. Lubang hitam simetri bola yang dikaji adalah lubang hitam de Rham-Gabadadze-Tolley (RGT). Untuk menyederhanakan perhitungan maka diasumsikan dalam proses radiasi, lubang hitam tersebut mengemisikan partikel tak berspin dan tak bermassa. Perhitungan temperatur lubang hitam dilakukan berdasarkan gambaran *tunneling*. Pada lubang hitam 3-dimensi, temperatur dari lubang hitam berbanding lurus dengan massanya. Sedangkan pada lubang hitam 4-dimensi dan 5-dimensi, terdapat suatu temperatur kritis yang bernilai minimum. Temperatur kritis dari kedua lubang hitam tersebut bergantung pada hubungan antara massa lubang hitam dengan konstanta kosmologi.

**Kata kunci:** radiasi lubang hitam, *massive gravity*, dimensi tinggi.

## PENDAHULUAN

Salah satu objek fenomenal yang dirumuskan secara langsung melalui teori relativitas umum adalah lubang hitam. Secara klasik, lubang hitam didefinisikan sebagai suatu daerah ruang-waktu dimana gravitasi pada daerah tersebut sangat kuat sehingga cahaya pun tidak akan dapat meloloskan diri darinya (Frolov & Novikov, 1998). Karena tidak ada sesuatu yang dapat keluar dari lubang hitam maka dapat dikatakan, dalam teori klasik, bahwa lubang hitam tidak dapat mengemisikan atau meradiasikan partikel apapun. Lubang hitam merupakan daerah gelap dengan tidak ada informasi yang dapat dikeluarkan.

Tetapi dengan mekanika kuantum, Hawking telah menunjukkan bahwa lubang hitam dapat meradiasikan partikel. Tidak seperti dirumuskan dalam teori relativitas klasik, lubang hitam tidaklah terlalu “gelap” dan dapat memiliki temperatur layaknya dalam proses radiasi benda hitam (Hawking, 1974; Hawking, 1975). Lubang hitam dapat memiliki entropi sebagai refleksi informasi yang terkandung dalam lubang hitam (Bekenstein, 1973). Dengan demikian lubang hitam dapat dipandang sebagai objek termodinamik dan beberapa hukum termodinamika lubang hitam yang analogi dengan hukum termodinamika konvensional dapat dirumuskan guna menyelesaikan teka-teki dari karakteristik lubang hitam.

Perhitungan temperatur lubang hitam pada berbagai tipe lubang hitam dengan menggunakan berbagai macam metode merupakan topik yang banyak dibahas pada dekade terakhir (Tiandho & Triyanta, 2016; Ding & Liu, 2011). Di dalam artikel ini, akan dilakukan perhitungan temperatur dari lubang hitam de Rham-Gabadadze-Tolley (RGT) berdimensi tinggi. Lubang hitam RGT merupakan lubang hitam yang diturunkan dari solusi metrik RGT yang diperoleh untuk memecahkan persoalan graviton yang memiliki massa dalam teori *massive gravity* (Li, et al., 2016). Keunggulan dari metrik RGT dibandingkan dengan metrik lainnya adalah metrik RGT terbebas dari

permasalahan “hantu” yang kerap muncul dalam teori *massive gravity* berdimensi tinggi (Mirbabayi, 2012). Sehingga dengan menggunakan metrik RGT diharapkan permasalahan besar fisika, terutama tentang adanya energi gelap yang menyebabkan alam semesta mengalami ekspansi dipercepat dapat segera dipecahkan (de Rham, et al., 2011).

Analisis dan perhitungan temperatur lubang hitam RGT berdimensi tinggi yang dilakukan di dalam artikel ini merupakan kajian teoritis berdasarkan matematika analitis. Untuk memperoleh temperatur lubang hitam RGT digunakan gambaran *tunneling* dan metode Hamilton-Jacobi diterapkan untuk memecahkan permasalahan aksi dari fungsi gelombang partikel radiasi. Diasumsikan partikel emisi dari lubang hitam RGT merupakan partikel tak berspin dan tak bermassa. Untuk memperjelas perhitungan pada beberapa bagian dari artikel ini digunakan satuan natural unit

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Uraian hasil dan pembahasan dari artikel ini terdiri dari bagian-bagian berikut:

### Kajian Geometri Lubang Hitam de Rham-Gabadadze-Tolley

Pada dasarnya metrik yang telah dikenal luas sebagai metrik simetri bola memiliki bentuk yang diberikan oleh,

$$ds^2 = -A(r)dt^2 + C(r)dr^2 + 2D(r)drdt + B(r)^2 d\Omega^2 \quad (8)$$

Adapun kajian tentang metrik lubang hitam RGT sebelumnya telah dilakukan oleh Jafari dkk (Jafari, et al., 2017). Dalam kajian yang telah dilakukan diketahui bahwa untuk kasus 3-dimensi, lubang hitam simetri bola RGT memiliki bentuk metrik sebagai berikut,

$$ds^2 = -F_{3D}(r)dt^2 + \frac{1}{F_{3D}(r)}dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (9)$$

dengan koefisien  $F_{3D} = \sqrt{-M + \frac{r^2}{2}(c_1 b m^2 + \Lambda)}$  dan

$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2$ . Di dalam artikel ini  $M$  adalah massa lubang hitam,  $m$  adalah massa graviton,  $\Lambda$  adalah konstanta kosmologi, dan  $c_1$  adalah konstanta yang berkaitan dengan potensial graviton yang secara

umum dinyatakan sebagai,  $U(g, \phi^a) = \sum_{i=0}^D c_i \mathcal{U}_i(g, \phi^a)$

dengan  $\phi^a$  adalah 4-medan skalar serta  $\mathcal{U}_i$  didefinisikan berdasarkan hubungan rekursif,

$\mathcal{U}_i = -(i-1)! \sum_{j=1}^i \frac{(-1)^j}{(i-j)!} Tr(\gamma^j) \mathcal{U}_{i-j}$  dan  $\mathcal{U}_0 = 1$ . Adapun

$\gamma^i$  merupakan matriks yang menghubungkan metrik lokal  $\eta_{ab}$  dengan metrik ruang lengkung  $g_{\alpha\beta}$  dan

skalar Stückelberg  $\Phi^a$  sebagai,  $\gamma^\mu_\alpha \gamma^\beta_\mu = g^{\mu\beta} \partial_\alpha \Phi^a \partial_\mu \Phi^b \eta_{ab}$

(Koyama, et al., 2011). Konstanta  $b$  pada persamaan di atas merupakan konstanta yang diperoleh dari proses pemecahan solusi metrik RGT dan memiliki kaitan

dengan  $c_i$  sebagai,  $b_{1,2} = -2c_2 \pm \sqrt{4c_2^2 - 6c_1 c_3} / 6c_3$ . Dapat dilihat bahwa untuk kasus limit massa graviton menuju nol dengan nilai konstanta lain tertentu maka metrik pada persamaan (9) akan mereduksi pada metrik lubang hitam Banados-Teitelboim-Zanelli (BTZ) stasioner (Liu, 2006). Karena horizon untuk lubang hitam yang bersifat simetri bola memenuhi kondisi,  $g_{rr} = 0$  maka dengan mudah dapat diketahui bahwa lubang hitam RGT 3-dimensi memiliki horizon yang terletak pada,

$$r_{h3D} = \pm \sqrt{\frac{2M}{c_1 b m^2 + \Lambda}} \quad (10)$$

Tanda plus dan minus pada ungkapan horizon terkait dengan horizon luar dan horizon dalam dari lubang hitam RGT. Namun pada tinjauan kali ini hanya akan dianalisis kondisi horizon luar saja karena hanya horizon luar yang berhubungan langsung dengan dunia luar. Dengan demikian diharapkan analisis temperatur lubang hitam akan terasa lebih realistis.

Untuk kasus 4-dimensi secara ansatz metrik simetri bola dapat didefinisikan sebagai,

$$ds^2 = -F_{4D}(r) dt^2 + \frac{1}{F_{4D}(r)} dr^2 + r^2 d\Omega_3^2 \quad (11)$$

dengan  $d\Omega_3$  adalah metrik bola-tiga satuan dan

$F_{4D}(r) = \sqrt{1 - \frac{M}{r^2} + \frac{r^2}{6}(\Lambda + 2hm^2(k_1 + k_2h))}$ . Pada ruang

4-dimensi, konstanta  $h$  dan  $k_i$  merupakan konstanta yang analogi dengan konstanta  $b$  dan  $c_i$  dalam ruang 3-dimensi. Konstanta tersebut terkait dengan potensial

graviton dan solusi dari metrik RGT. Adapun pada ruang 4-dimensi hubungan konstanta  $h$  dengan  $k_i$  diberikan oleh,  $h_{1,2} = \mp \left( \sqrt{4k_2^2 - 6k_1 k_3} \pm 2k_2 \right) / 6k_3$ . Dengan demikian dapat ditentukan horizon luar dari lubang hitam RGT 4-dimensi terdapat dua kemungkinan sebagai berikut,

$$r_{h4D1} = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{3} \sqrt{3 + 2\Lambda M + 4hk_1 m^2 M + 4h^2 k_2 m^2 M}}{\Lambda + 2h(k_1 + hk_2)m^2}} \quad (12)$$

atau,

$$r_{h4D2} = \sqrt{\frac{-3 + \sqrt{3} \sqrt{3 + 2\Lambda M + 4hk_1 m^2 M + 4h^2 k_2 m^2 M}}{\Lambda + 2h(k_1 + hk_2)m^2}} \quad (13)$$

Untuk memilih horizon 4-dimensi yang akan digunakan dalam artikel ini diterapkan kondisi syarat ketika  $m \rightarrow 0$  agar solusi horizon lubang hitam yang diperoleh akan tetap bernilai real. Pada limit gravitino tak bermassa maka pers. (12) dan (13) masing-masing akan mereduksi pada nilai,

$$\lim_{m \rightarrow 0} r_{h4D1} = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{9 + 6\Lambda M}}{\Lambda}}, \quad (14)$$

$$\lim_{m \rightarrow 0} r_{h4D2} = \sqrt{\frac{-3 + \sqrt{9 + 6\Lambda M}}{\Lambda}}$$

Berdasarkan analisis dari kedua persamaan di atas maka dapat disimpulkan bahwa rumusan horizon pada pers. (13) akan bersifat lebih realistis dibandingkan rumusan horizon pada pers. (12). Hal ini dikarenakan pers. (12) akan menghasilkan nilai imajiner apabila nilai konstanta kosmologi berupa bilangan positif. Dengan demikian untuk proses selanjutnya, pada lubang hitam RGT 4-dimensi, kami menggunakan horizon seperti dirumuskan pada pers. (13).

Untuk lubang hitam RGT 5-dimensi simetri bola secara ansatz metrik dapat didefinisikan sebagai,

$$ds^2 = -F_{5D}(r) dt^2 + \frac{1}{F_{5D}(r)} dr^2 + r^2 d\Omega_4^2 \quad (15)$$

dimana  $d\Omega_4$  adalah metrik bola-empat satuan. Dalam metrik 5-dimensi, Jafari (2017) telah memperoleh bahwa koefisien metrik,

$$F_{5D}(r) = \sqrt{1 - \frac{2M}{r^2} + \frac{r^2}{12} \left\{ \Lambda + 3pm^2 (q_1 + 2p(q_2 + pq_3)) \right\}}.$$

Dalam metrik ini konstanta  $p$  dan  $q$  merupakan konstanta yang analogi dengan  $b$  dan  $c_i$  pada lubang hitam 3-dimensi. Hubungan antara  $p$  dan  $q_i$  diberikan oleh  $q_1 + 6p(q_2 + p(3q_3 + 4pq_4)) = 0$  sehingga jika dipecahkan solusi untuk  $p$  dalam bilangan real akan diperoleh,

$$p = \frac{1}{2592q_4} \left[ \frac{-648q_3 + (449, 3(3q_3^2 - 4q_2q_4))}{216 \left( -27q_3^2 + 54q_2q_3q_4 + 6 \left( -6q_1q_4^2 + \sqrt{3} \sqrt{q_4^2 \left( -9q_2^2q_3^2 + 16q_3^3q_4 - 36q_1q_2q_3q_4 + 6q_1(3q_3^2 + 2q_1q_4^2) \right)} \right)} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{\frac{1}{3}} + \left[ \frac{-9q_3^3 + 18q_2q_3q_4}{-12q_1q_4^2 + 2\sqrt{3} \sqrt{q_4^2 \left( -9q_2^2q_3^2 + 16q_3^3q_4 - 36q_1q_2q_3q_4 + 6q_1(3q_3^2 + 2q_1q_4^2) \right)}} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (16)$$

Dengan menggunakan kondisi horizon,  $g_{rr} = 0$  maka dapat disimpulkan bahwa horizon bagian luar lubang hitam RGT 5-dimensi kemungkinan terletak pada,

$$r_{h5D1} = \sqrt{\frac{\sqrt{2} \left( 3 + \sqrt{6\Lambda M + 9 \left( \frac{1 + 2m^2 Mp}{(q_1 + 2p(q_2 + pq_3))} \right)} \right)}{\Lambda + 3m^2 p (q_1 + 2p(q_2 + pq_3))}} \quad (17)$$

atau

$$r_{h5D2} = \sqrt{\frac{-6 + 2 \sqrt{6\Lambda M + 9 \left( \frac{1 + 2m^2 Mp}{(q_1 + 2p(q_2 + pq_3))} \right)}}{\Lambda + 3m^2 p (q_1 + 2p(q_2 + pq_3))}} \quad (18)$$

Tetapi seperti pada lubang hitam RGT 4-dimensi dengan menerapkan syarat batas ketika  $m \rightarrow 0$  diperoleh bahwa kedua persamaan di atas secara berurutan akan mereduksi pada.

$$\lim_{m \rightarrow 0} r_{h5D1} = \sqrt{\frac{2(3 + \sqrt{9 + 6\Lambda M})}{\Lambda}} \quad (19)$$

$$\lim_{m \rightarrow 0} r_{h5D2} = \sqrt{\frac{-6 + 2\sqrt{9 + 6\Lambda M}}{\Lambda}}$$

Sehingga untuk menjamin bahwa horizon selalu bernilai real maka untuk lubang hitam RGT 5-dimensi kami memilih horizon yang terletak pada pers. (18) karena pers. (17) memiliki solusi yang mungkin saja imajiner.

### Radiasi Lubang Hitam RGT Menurut Gambaran Tunneling

Secara umum, persamaan Klein-Gordon pada ruang lengkung untuk partikel tak bermassa dituliskan sebagai berikut,

$$\frac{\hbar^2}{\sqrt{-g}} \partial_\mu \left( \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \partial_\nu \psi \right) = 0 \quad (20)$$

Lubang hitam RGT yang dikaji dalam artikel ini memenuhi sifat simetri bola sehingga temperatur yang kelak akan diperoleh tentu saja hanya bergantung pada komponen radial saja. Implikasinya, pers. (20) mereduksi pada suatu persamaan yang hanya bergantung pada  $r$  dan  $t$ . Sehingga karena secara umum pada kasus 3-dimensi, 4-dimensi, dan 5-dimensi lubang hitam RGT memiliki metrik yang bersifat diagonal maka persamaan Klein-Gordon di atas secara eksplisit dapat diungkapkan sebagai,

$$0 = \hbar^2 \left\{ \partial_t \left( -F^{-1} \partial_t \psi \right) + \partial_r \left( F \partial_r \psi \right) \right\} \quad (21)$$

Pada pers. (21) variabel  $F$  merupakan kuadrat dari koefisien metrik secara umum. Misalkan pada 3-dimensi,  $F = F_{3D}(r)^2$  begitu juga untuk dimensi

lainnya. Metode ini dapat digunakan untuk seluruh lubang hitam RGT berdimensi tinggi selama memenuhi kondisi simetri bola. Secara ansatz, fungsi gelombang  $\psi$  dapat dinyatakan sebagai  $\psi = \exp(iS(r,t)/\hbar)$  dimana  $S$  merupakan fungsi aksi. Sehingga melalui substitusi pada pers. (21) dan dengan mengasumsikan bahwa suku yang mengandung konstanta Planck bernilai sangat kecil, dengan limit  $\hbar \rightarrow 0$  maka akan diperoleh,

$$\partial_r S(r,t) = \pm \frac{\partial_t S(r,t)}{F} \quad (22)$$

Tanda plus dan minus pada persamaan di atas berkaitan dengan partikel yang masuk dan meninggalkan lubang hitam. Dengan menggunakan metode Hamilton-Jacobi maka aksi  $S(r,t)$  dapat dituliskan dalam suku hanya bergantung pada radial,  $R(r)$  ditambah dengan suku yang bergantung pada waktu sebagai  $Et$ , dimana  $E$  adalah energi,

$$S(r,t) = -Et + R(r) \quad (23)$$

Sehingga dengan substitusi definisi aksi pada persamaan diatas maka pers. (22) akan menghasilkan solusi berupa,

$$R(r)_\pm = \pm \left( -E \int \frac{dr}{F} \right) \quad (24)$$

Dalam beberapa penelitian sebelumnya, diketahui bahwa radiasi Hawking terjadi pada horizon lubang hitam. Dengan demikian, solusi integrasi dari persamaan di atas dapat diperoleh untuk batas evaluasi integrasi di sekitar horizon. Melalui ekspansi Taylor maka koefisien metrik  $F$  dapat diuraikan di sekitar horizon sebagai,

$$F(r)|_{r_h} \approx F(r_h) + F'(r_h)(r - r_h) + O(r - r_h)^2 \quad (25)$$

Tetapi dengan mengingat bahwa pada horizon  $F(r_h) = 0$  maka uraian ekspansi Taylor dari koefisien dapat diringkas mulai dari suku pertama turunannya. Sehingga dengan menggunakan ekspansi Taylor dari koefisien metrik dan evaluasi integrasi di sekitar horizon maka pers. (24) dapat dinyatakan sebagai,

$$R(r)_\pm = \pm \lim_{\delta \rightarrow 0} \left( -\frac{E}{F'(r_h)} \int_{r_h - \delta}^{r_h + \delta} \frac{dr}{r - r_h} \right) = \pm \left( -\frac{i\pi E}{F'(r_h)} \right) \quad (26)$$

Penyelesaian dari integrasi di atas dapat dilakukan dengan memanfaatkan identitas Euler sebagai,  $e^{i\pi} + 1 = 0$ . Dengan mengingat bahwa fungsi gelombang ditentukan secara ansatz sebagai  $\psi = \exp(iS(r,t)/\hbar)$  maka fungsi gelombang dari partikel yang menuju dan meninggalkan lubang hitam masing-masing dapat diungkapkan sebagai,

$$\psi_{out} = \exp\left(\frac{1}{\hbar}\left(-\text{Im} Et - \frac{\pi E}{F'(r_h)}\right)\right)$$

$$\psi_{in} = \exp\left(\frac{1}{\hbar}\left(-\text{Im} Et + \frac{\pi E}{F'(r_h)}\right)\right)$$
(27)

dan probabilitas dari partikel-partikel tersebut secara eksplisit adalah,

$$P_{out} = \exp\left(\frac{2}{\hbar}\left(-\text{Im} Et - \frac{\pi E}{F'(r_h)}\right)\right)$$

$$P_{in} = \exp\left(\frac{2}{\hbar}\left(-\text{Im} Et + \frac{\pi E}{F'(r_h)}\right)\right)$$
(28)

Apabila diasumsikan seluruh partikel yang menuju lubang hitam terabsorpsi maka probabilitas  $P_m = 1$  sehingga probabilitas partikel emisi yang meninggalkan lubang hitam akan diperoleh sebagai,

$$P_{out} = \exp\left(-\frac{4\pi E}{\hbar F'(r_h)}\right)$$
(29)

Jika emisi partikel dari lubang hitam RGT yang ditinjau pada artikel ini analogi dengan radiasi pada benda hitam maka melalui definisi faktor Boltzmann,  $P = \exp(-E/kT)$  dapat diketahui bahwa temperatur dari lubang hitam RGT simetri bola akan memenuhi,

$$T = \frac{\hbar F'(r_h)}{4\pi k_B}$$
(30)

Tampak bahwa temperatur yang diperoleh pada tinjauan ini bergantung pada turunan koefisien metrik lubang hitam. Sehingga secara eksplisit temperatur dari tiap dimensi lubang hitam RGT yang ditinjau adalah sebagai berikut,

#### a) 3-Dimensi

Pada lubang hitam 3-dimensi diketahui bahwa kuadrat dari koefisien metrik adalah,  $F \equiv F_{3D}(r)^2 = -M + \frac{r^2}{2}(c_1 m^2 + \Lambda)$  sehingga dapat diperoleh turunannya untuk evaluasi di sekitar horizon sebagai,

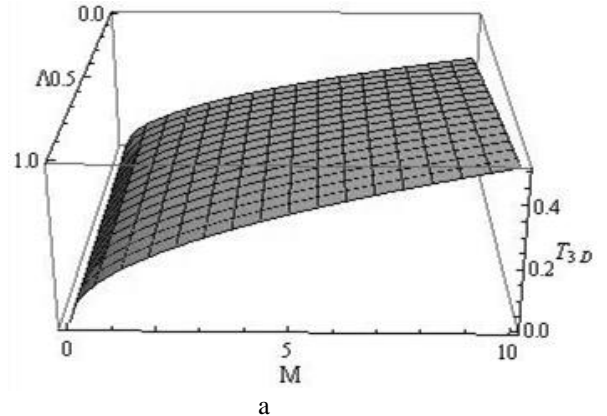
$$F'(r_{h3D}) = r_{h3D}(bc_1 m^2 + \Lambda)$$
(31)

Sehingga secara eksplisit dengan mengingat letak horizon lubang hitam RGT 3-dimensi seperti pada pers. (10) maka temperatur untuk lubang hitam 3-dimensi dapat dituliskan dalam,

$$T_{3D} = \frac{\hbar}{4\pi k_B} \sqrt{2M(bc_1 m^2 + \Lambda)}$$
(32)

Dengan menyatakan konstanta selain  $\Lambda$  dan  $M$  adalah satu dapat dilihat hubungan antara massa lubang hitam dan konstanta kosmologi terhadap temperatur lubang hitam seperti terdapat pada Gambar 1. Melalui grafik hubungan tersebut tampak bahwa temperatur lubang hitam sebanding dengan peningkatan massa dan konstanta kosmologi lubang hitam. Yang menarik adalah temperatur yang diperoleh pada lubang hitam ini tidak sesuai dengan temperatur Hawking pada beberapa lubang hitam konvensional. Pada lubang hitam konvensional, seperti pada lubang hitam Schwarzschild, Reissner-Nordstrom, Reissner-Nordstrom-Vaidya (Tiandho & Triyanta, 2016), temperatur yang diperoleh berbanding terbalik dengan massa lubang hitam. Tetapi, apabila diasumsikan

graviton tak bermassa dan konstanta kosmologi bernilai,  $\Lambda = 2$  maka hasil temperatur yang diperoleh akan mereduksi pada temperatur untuk lubang hitam BTZ (Liu, 2006).



**Gambar 1.** Grafik hubungan antara temperatur dengan massa dan konstanta kosmologi dari lubang hitam RGT 3-dimensi.

#### b) 4-Dimensi

Berdasarkan definisi koefisien metrik dari lubang hitam RGT 4-dimensi, kuadrat koefisien metriknya,  $F(r) = F_{4D}(r)^2 = 1 - \frac{M}{r^2} + \frac{r^2}{6}(\Lambda + 2hm^2(k_1 + hk_2))$ . Maka dengan mudah dapat ditentukan turunannya sebagai,

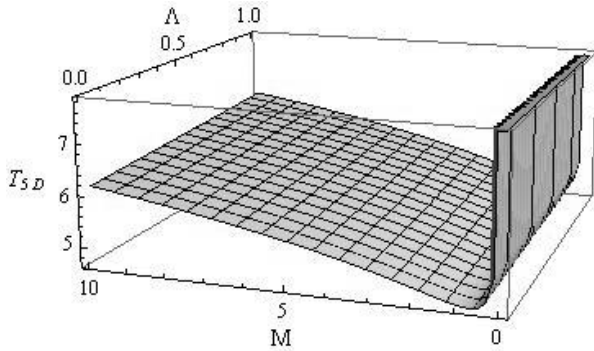
$$F(r)' = \frac{2M}{r^3} + \frac{r}{3}(\Lambda + 2hm^2(k_1 + hk_2))$$
(33)

Temperatur dari lubang hitam RGT 4-dimensi dapat diungkapkan sebagai,

$$T_{4D} = \frac{\hbar}{4\pi k_B} \left( \frac{2M}{r_{h4D}^3} + \frac{r_{h4D}}{3}(\Lambda + 2hm^2(k_1 + hk_2)) \right)$$
(34)

Dengan letak horizon lubang hitam RGT 4-dimensi seperti diungkapkan dalam pers. (13). Apabila seluruh konstanta yang tak berkaitan dengan massa lubang hitam dan konstanta kosmologi diasumsikan bernilai satu maka hubungan antara temperatur dengan konstanta kosmologi dan massa lubang hitam ditunjukkan oleh Gambar 2. Dari Gambar 2 tampak bahwa nilai temperatur lubang hitam memiliki pola yang unik. Terdapat suatu temperatur hubungan massa dengan konstanta kosmologi yang dapat menghasilkan nilai temperatur minimum. Di dalam artikel ini temperatur tersebut kemudian disebut sebagai temperatur kritis. Sebelum mencapai temperatur kritis, nilai temperatur berbanding terbalik dengan massa. Bahkan ketika massa lubang hitam menuju nol maka temperatur dari lubang hitam menjadi tidak real lagi. Tetapi setelah melewati temperatur kritis dapat dilihat bahwa temperatur berbanding lurus dengan massa. Adapun temperatur kritis temperatur lubang hitam RGT 4-dimensi dapat ditentukan berdasarkan kondisi,  $dT_{4D}/dM = 0$  dan akan diperoleh pada kondisi,

$$M_{kritis} = \frac{9}{2(\Lambda + 2hk_1 m^2 + 2h^2 k_2 m^2)}$$
(35)



**Gambar 2.** Grafik hubungan antara temperatur dengan massa dan konstanta kosmologi dari lubang hitam RGT 4-dimensi.

**c) 5-Dimensi**

Dengan menggunakan definisi metrik pada lubang hitam RGT 5-dimensi dapat diketahui bahwa kuadrat dari koefisien metrik adalah,

$$F(r) = 1 - \frac{2M}{r^2} + \frac{r^2}{12} (\Lambda + 3pm^2 (q_1 + 2p(q_2 + pq_3)))$$

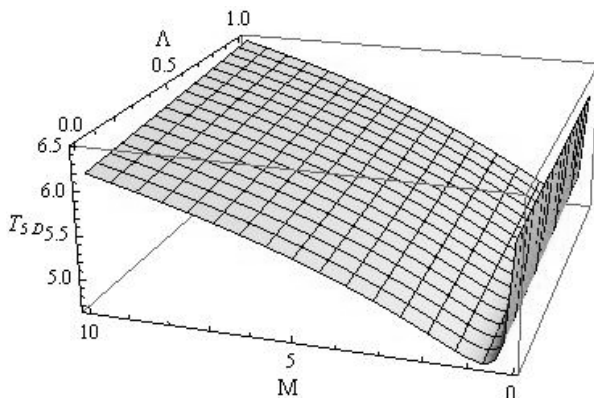
maka turunannya adalah,

$$F'(r) = \frac{4M}{r^3} + \frac{r}{6} (\Lambda + 3m^2 p (q_1 + 2p(q_2 + pq_3))) \quad (36)$$

Dengan demikian temperatur dari lubang hitam ini dapat dinyatakan sebagai,

$$T_{5D} = \frac{\hbar}{4\pi k_B} \left( \frac{4M}{r_{h5D}^3} + \frac{r_{h5D}}{6} (\Lambda + 3m^2 p (q_1 + 2p(q_2 + pq_3))) \right) \quad (37)$$

Dengan letak horizon dari lubang hitam RGT 5-dimensi seperti dinyatakan dalam pers. (18). Seperti pada lubang hitam 4-dimensi ketika dilakukan pengujian hubungan antara konstanta kosmologi dan massa lubang hitam terhadap temperatur seperti ditunjukkan pada Gambar 3, diketahui adanya suatu temperatur kritis yang menghasilkan nilai temperatur terendah.



**Gambar 3.** Grafik hubungan antara temperatur dengan massa dan konstanta kosmologi dari lubang hitam RGT 5-dimensi.

Sebelum melewati temperatur kritis tersebut temperatur berbanding terbalik dengan massa lubang hitam tetapi setelah melewati temperatur kritis menjadi berbanding lurus. Dengan menggunakan syarat turunan diketahui bahwa temperatur kritis tersebut akan tercapai pada,

$$M_{kritis} = \frac{9}{2(\Lambda + 3m^2 pq_1 + 6m^2 p^2 q_2 + 6m^2 p^3 q_3)} \quad (38)$$

Sama seperti pada lubang hitam RGT 4-dimensi, ketika massa lubang hitam RGT 5-dimensi menuju nol maka temperaturnya akan menjadi tak terdefinisi.

**SIMPULAN**

Berdasarkan kajian geometri lubang hitam RGT diketahui bahwa pada dasarnya tiap lubang hitam RGT dengan dimensi yang berbeda memiliki letak horizon yang berbeda pula. Selain horizon bagian dalam, pada lubang hitam dengan dimensi lebih dari tiga terdapat horizon yang mungkin saja bersifat imajiner. Namun demikian pada limit graviton tak bermassa maka lubang hitam yang diperoleh akan mereduksi pada lubang hitam BTZ. Dengan menggunakan gambaran tunneling, temperatur dari lubang hitam RGT dapat ditentukan dengan baik. Pada lubang hitam RGT 3-dimensi temperatur yang diperoleh berbanding lurus dengan temperaturnya dan pada limit graviton tak bermassa dengan konstanta kosmologi tertentu, rumusan temperaturnya akan kembali pada temperatur lubang hitam BTZ. Tetapi pada lubang hitam RGT 4-dimensi dan 5-dimensi, terdapat suatu temperatur kritis yang membuat nilai temperaturnya bernilai minimum. Keduanya, ketika kondisi di atas temperatur kritis maka rumusan temperaturnya berbanding lurus dengan massa tetapi sebelum mencapai temperatur kritis berlaku hal yang sebaliknya. Nilai temperatur kritis tersebut berkaitan dengan hubungan antara massa lubang hitam dengan konstanta kosmologi.

**REFERENSI**

Bekenstein, J. D., 1973. Black holes and entropy. *Physical Review D*, 7(8), pp. 2333-2346.

de Rham, C., Gabadadze, G., Heisenberg, L. & Pirtskhalava, D., 2011. Cosmic acceleration and the helicity-0 graviton. *Physical Review D*, Volume 83, p. 103516.

Ding, H. & Liu, W. B., 2011. Hawking radiation from a Vaidya black hole by Hamilton-Jacobi method. *Front. Phys.*, 6(1), pp. 106-108.

Frolov, V. P. & Novikov, I. D., 1998. *Black Hole Physics: Basic Concepts and New Developments*. s.l.:Kluwer Academic Publisher.

Hawking, S. W., 1974. Black hole explosions?. *Nature*, Volume 248, pp. 30-31.

Hawking, S. W., 1975. Particle Creation by Black Holes. *Commun. math Phys.*, Volume 43, pp. 199-220.

Jafari, G., Setare, M. & Bakhtiarzadeh, H., 2017. Static spherically symmetric black holes in de Rham-Gabadadze-Tolley massive gravity in different dimensions. *arXiv:1702.00189v1 [gr-qc]*.

Koyama, K., Niz, G. & Tasinato, G., 2011. Analytical solutions in nonlinear massive gravity. *Physical Review Letters*, Volume 107, p. 131101.

Li, P., Li, X. & Xi, P., 2016. Black hole solutions in de Rham-Gabadadze-Tolley massive gravity. *Physical Review D*, Volume 93, p. 064040.

Liu, W., 2006. New coordinates for BTZ black hole and Hawking radiation via tunneling. *Phys.Lett. B*, Volume 634, pp. 541-544.

- Mirbabayi, M., 2012. Proof of ghost freedom in de Rham-Gabadadze-Tolley massive gravity. *Physical Review D*, Volume 86, p. 084006.
- Tiandho, Y. & Triyanta, 2016. Dirac particles emission from Reissner-Nordstrom-Vaidya black hole.

*Journal of Physics Conference Series*, Volume 739, p. 012146.